



Zadania na XVII Podkarpacki Konkurs Matematyczny im. Franciszka Lejki

Poziom I

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Etap powiatowy

22 kwietnia 2017 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Na przyprostokątnych AC i BC ($|AC| > |BC|$) trójkąta prostokątnego ABC , zbudowano na zewnątrz kwadraty $BCDE$ i $CAFG$, następnie poprowadzono prostą AE , która przecięła bok BC w punkcie P oraz prostą BF która przecięła bok CA w punkcie Q . Sprawdź, czy odcinki CP i CQ są równe. Uzasadnij, że dla $|AC| = b$ i $|BC| = a$, różnica pól czworokąta $CQFG$ i czworokąta $CPED$ wynosi: $\frac{(b-a)(a^2+b^2+3ab)}{2a+2b}$.
2. Wiek pana Franciszka w roku 1887 równał się sumie cyfr roku jego urodzenia. Ile lat miał wówczas pan Franciszek i w którym roku się urodził?
3. Rozwiąż równanie: $\frac{1}{x} + \frac{2}{xy} + \frac{3}{xyz} = 1$ w liczbach całkowitych dodatnich.
4. Rozwiąż układ równań: $y - \sqrt{x-1} = \frac{3}{y}$ i $x^2y = \sqrt{x^5 - 4x^4}$.
5. Dany jest dowolny trójkąt ABC , w którym bok BC jest równy a . W trójkącie tym poprowadzono środkową DB . Przez środek S tej środkowej i wierzchołek A trójkąta, prowadzono prostą, która przecięła bok BC w punkcie P . Wyznacz długość odcinka PB .

Powodzenia!